鑄品檢測能力本位訓練教材
應用統計技術(SPC)

編號：PMF-CQC0602

編 著 者：曾河嶸
審 稿 者：張晉昌
主辦單位：行政院勞工委員會職業訓練局
研製單位：中華民國職業訓練研究發展中心
印製日期：九十年十二月

行政院勞工委員會 職業訓練局

單元 PMF-CQC0602 學習指引

在你學習本單元前，你應該要先了解品管的手法，且對品管手法有基本認識；而學習本職類各單元教材的先後順序，可參考下一頁之能力目錄。假如你認爲自己已具備上述的能力，請翻第 1 頁開始學習。假如你認爲自己還不熟悉，請將本教材放回原位，並取編號 PMF－CQC0601 教材開始學習，或請教你的老師。

引言

為了瞭產品在製程中品質的變異情形，可將統計學的概念運用在產品品質管制。本單元主要是在介紹，如何利用統計抽樣技術對製程的狀態進行監控，也就是統計學在製程管制上的應用。

請翻到下一頁

定義

統計製程管制（Statistical Process Control，SPC）：

係指利用統計抽樣所得的樣本數據，對製程狀態進行監控，若製程中產品品質變異處於非管制狀態時，設法進一步採取調整製程的行動，以矯正製程中影響產品品質之非機遇變異，其最終的目的在使製程中產品品質變異能在管制的狀態下。

統計學（statistics）

係指處理數據之蒐集、列表、分析、詮釋與比較的科學。這個定義涵蓋數據的蒐集、列表、分析、詮釋與比較之各項步驟，而每一步驟則視其先行步驟之完整性與精確性而定。

常態分配（Normal distribution）

常態分配也稱爲高斯分配（Gaussian distribution），是屬於連續機率分配中，最重要且最常用的一種。此種分配爲一對稱狀，且爲單眾數之鐘型分配，其平均值、中位數與眾數都相同。常態分配的適用範圍極廣泛，宇宙間許多現象以及產品之品質特性，尤其是尺寸特性大都歸依常態分配。

請翻到下一頁

學習目標

一、在不參考任何書籍的情形下，你能夠正確地說出統計製程管制（SPC）的基本概念。

二、在不參考任何書籍資料之下，你能夠正確地瞭解統計的基本概念與技術。

假如你認爲能夠勝任以上學習目標的能力，請翻至第 53 頁做學後評量。假如你需要更多學習的話，請翻到下一頁。

學習活動

本教材的學習活動是在學習有關統計製程管制的知識，你對統計製程管制的認識與學習，可以由以下列兩條途徑選擇一個途徑去學習。

一、閱讀本教材之第 5 頁至第 56 頁。

二、閱讀下列參考書籍：

(一)傅和彥、黃士滔，1999 年，『品質管理』，前程企業，P37－103。

(二)劉漢容，1999 年，『品質管理』，凱勝顧問，P5－1～P5－24。

(三)張國棟，1993 年，『統計製程管制技術』，中國生產力中心，P12－25。

請翻到下一頁

本教材的第一個學習目標

在不參考任何書籍資料之下，你能夠正確地說出統計製程管制（SPC）的基本概念。

假如你認爲勝任上述目標之要求，請翻到第 13 頁做學習評量，如你需要多學習點的話，請翻到下一頁或閱讀參考書籍。

統計製程管制（Statistical Process Control，SPC）之基本概念

一、統計製程管制（SPC）之理論與應用範圍

(一)統計製程管制（SPC）定義

1.狹義的定義：

狹義的統計製程管制（SPC）是指在製程中檢查品質，並辨認其形成品質不良之原因爲機遇原因或非機遇原因，它的基本工具爲「管制圖」。

2.廣義的定義：

廣義的統計製程管制（SPC）是指藉製程能力調查以改進製程能力，不斷地減低產品品質的變異性，以提升產品品質。

3.統計製程管制（SPC）的定義

綜合以上所述，統計製程管制（SPC）可以說是經由製程去收集資料，而加以統計分析，並從分析中去發覺製程的異常，經由問題分析來發掘異常的原因，並針對異常原因立即採取改善措施，使製程維持正常的生產能力。並透過製程能力調查與標準化，不斷提升和改善製程能力。

在統計製程管制（SPC）的定義中談到〝統計分析〞，接下來我們將談到統計製程管制（SPC）的基本統計理論，實際上統計製程管制（SPC）的基本統計理論只有一個，就是常態分配（如圖 1），統計製程管制（SPC）所應用的統計方法，皆是由此一基本理論所延伸出來的。而常態分配觀念非常的重要，因自然宇宙中大多數的事或物的次數分佈，皆符合常態分配的定律，且工業產品的次數分配也大都符合常態分配的定律，如能對常態分配作一個瞭解，在以後應用到統計製程管制（SPC）的一些統計工具時，會更熟練且也較易體會其真諦。

統計製程管制（SPC）主要即係對製程的變異，利用統計的方法，發掘其發生的原因是機遇原因或非機遇原因，並採取適當的對策，透過統計製程管制（SPC）的系統運作以改善並消除之，使以後不再發生，而利用管制圖以瞭解製程是否在管制狀態，亦即維持製程的品質。事實上，統計製程管制（SPC）不只限於用於製造業，在服務業也有很多企業已開始應用統計製程管制（SPC）在其服務之流程上，只要企業欲改善與維持其產品或服務的品質時，皆可以利用統計製程管制（SPC）來達成其目標，而且統計製程管制（SPC）易學易用，並有明顯之指標可做衡量。

請翻到下一頁

(二)常態分配

1.常態分配（Normal distribution）的定義：

常態分配也稱爲高斯分配（Gussian distribution），是屬於連續機率分配中，最重要且最常用的一種。此種分配爲一對稱狀，且爲單眾數之鐘型分配，如圖 1 所示，其平均值、中位數與眾數都相同。常態分配的適用範圍極廣泛，宇宙間許多現象以及產品之品質特性，尤其是尺寸特性大都歸依常態分配。

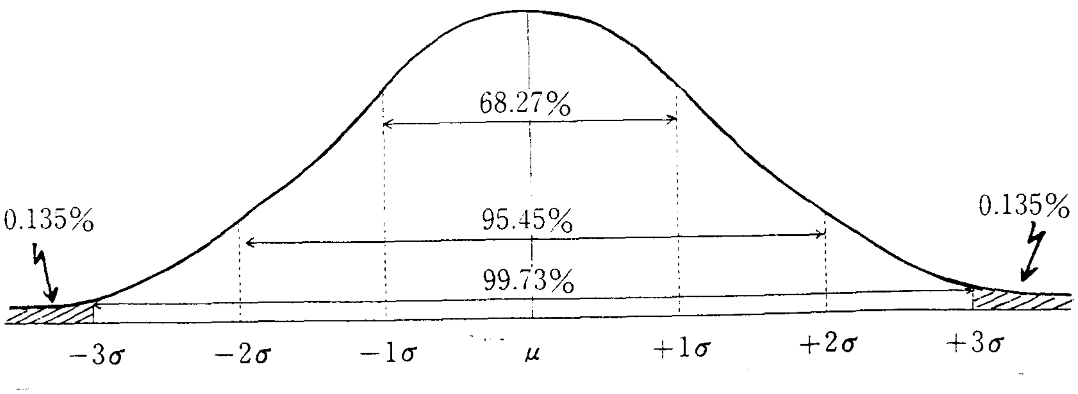


圖 1　常態分配

μ：母體之平均值

σ：母體之標準差

常態分配於 $\mu\pm\sigma$ 之間的機率 P（Probability）爲：

$P(\mu-1\sigma<X<\mu+1\sigma)=0.6827=68.27\%$

$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=0.9545=95.45\%$

$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)=0.9973=99.73\%$

$P(\mu-4\sigma<X<\mu+4\sigma)=0.999936=99.99\%$

換言之，於常態分配中任一數 X 其在 $\mu\pm1\sigma$ 內的機率爲 68.27%，在 $\mu\pm2\sigma$ 內的機率爲 95.45%，在 $\mu\pm3\sigma$ 內的機率爲 99.73%，在 $\mu\pm4\sigma$ 內的機率爲 99.99%（如圖 1 所示）。

2.常態分配的五個特性：

(1)測定平均值（$\overline{X}$）與群體平均值（μ）一致，且中位數（M）、眾數（Mo）與測定平均值（$\overline{X}$）相等，且於群體平均值（μ）之次數最多，如圖 2。

(2)曲線之最高點與橫軸垂直相交處，即是母體平均值（μ）所在，以此點爲中心左右兩邊對稱，如圖 2。

(3)曲線以群體平均值（μ）對應之最高點爲中心，向兩邊逐漸下降但與橫軸卻不相交。

請翻到下一頁

(4)曲線初時較陡，在$\mu \pm 1\sigma$處而逐漸轉平，此轉向點即謂之反曲點，如圖 3。簡而言之曲線之反曲點在$\mu \pm 1\sigma$處。

(5)曲線與橫軸所圍之面積$\int_{-\infty}^{\infty} F(x)dx = 100\% = 1$，如圖 4。即常態分配之總面積為 1。

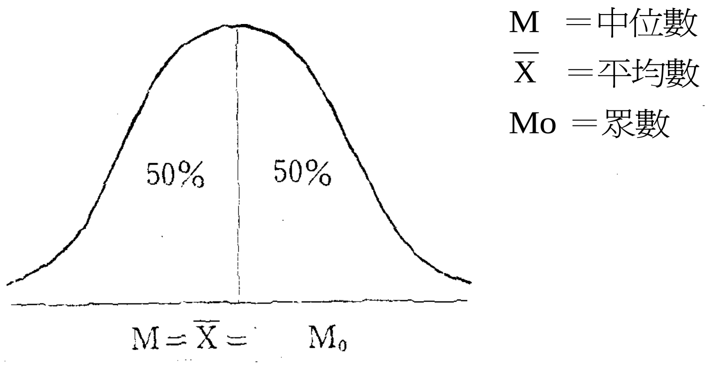


圖 2　常態分配中位數（M）、平均數（$\overline{X}$）與眾數（Mo）位置

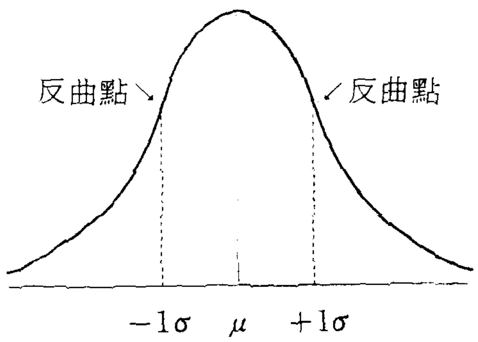


圖 3　常態分配之反曲點位置

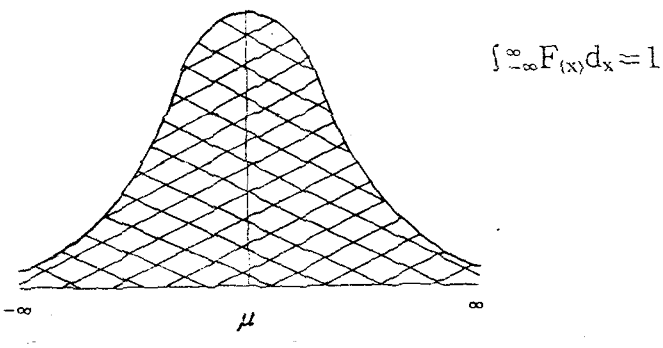


圖 4　常態分配之總面積

請翻到下一頁

二、統計製程管制（SPC）的應用步驟

我們如欲推動統計製程管制（SPC），有一個觀念是須先確立的，因統計製程管制（SPC）不只是一個統計技術，也是一個製程管制的系統，並可向前延伸至進料管制系統，向後延伸至成品出貨管制系統，所以欲推動統計製程管制（SPC）時，必須要先從整個系統設計開始，方能達到維持製程與提升製程能力的目的。

統計製程管制（SPC）的應用步驟：

步驟一：確立製程流程～首先製程程序要明確，依據製造程序繪製製造流程圖，並依據製造流程圖訂定工程品質管理表。

製造流程乃是集合生產所需要的 4M：人員（MAN）、機器（MACHINE）、物料（MATERIAL）、方法（METHOD），經由必要的作業程序、作業活動以產生一特定的產品即謂之。而製造流程的基本模式即在投入人員、物料並透過機器設備與製造方法，以增加產品附加價值的工作而有所產出，所以在確立製造流程時首先要注意的就是每一個程序與工作，是否都是增加附加價值的程序與工作，如果不是則應考慮剔除此一程序與工作。（鑄造流程的詳細內容請參考 PMF－CQC－0102）認識砂模鑄造流程教材。）

步驟二：決定管制項目～如果所有對品質有影響的項目，不論大小、輕重緩急一律列入，或把客戶不很重視的特性一併管制時，徒增管制成本、浪費資源，且得不償失。反之，如果重要的項目未加以管制時，則不能滿足設計者、後續工程與客戶的需求，則失去管制的意義。

管制項目（control item）依據中國國家標準 CNS 2579 的定義為：為維持產品之品質，作為管制對象所列舉之項目。例如：鑄造工程之表面粗糙度、產品公差、熔解溫度、澆鑄速度等，均為管制項目。我們知道品質特性是一個產品是否符合客戶、圖面規格要求的指標，但產品的品質特性有很多，但一張管制圖只能管制一個品質特性，如何選定一個關鍵的品質特性來代表產品則是非常重要的。（鑄造品質管制的項目請參照 PMF－CQC－0103 認識鑄造品質管制教材。）

步驟三：實施標準化～欲求製程管制首先即得要求製程安定，譬如在風浪很大的船上比乒乓球，試問能否確定誰技高一籌，故製程作業的安定是最重要的先決條件。所以在製程上影響產品品質的重要原因，應先建立作業目標，並透過教育訓練使業能依此標準進行。

品質之變異來自於機器、材料、方法、環境、與作業人員，而變異之大小則決定於當時工作之狀況與條件，譬如說工作當時之不同的環境變化、機器之條件變化、材料之變化、作業人員之情緒變化，因影響變異之因素條件太多，所以生產之產品品質與我們所期待，預測

請翻到下一頁

的產品品質有很大的出入。因此需要建立客觀的標準、標準的動作來做爲維持產品品質穩定的主要手段。

作業標準係規定作業標準條件、方法、使用材料、設備、管理方法，其他注意事項等之有關基準者。作業標準可作爲新進人員之教育訓練的資料，可使其迅速地達成工作之熟練度以減少因不同的作業人員所產生之差異性，並將歷史及專業的知識以明確的方式留存而成爲公司技術的累積。在生產現場使用者用〔工程品質管理表〕（如圖 5）或〔操作標準書〕（如圖 6）。

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">製　程</th><th rowspan="2">管制項目</th><th rowspan="2">管制特性</th><th rowspan="2">標準</th><th rowspan="2">工具</th><th colspan="2">檢驗週期</th><th rowspan="2">負責人</th><th colspan="2">管制方法</th><th rowspan="2">不良品負責人</th></tr>
<tr><th>試產</th><th>量產</th><th>試產</th><th>量產</th></tr>
<tr><td rowspan="10">壓鑄作業(MOLDING)</td><td rowspan="2">進　料</td><td>金屬成分</td><td>材料成分</td><td>A356</td><td>光譜分析儀</td><td colspan="2">每一批取樣 5 個</td><td>接收檢驗員</td><td colspan="2">X−R 圖檢核表</td><td>供應商品保品管主任</td></tr>
<tr><td>潮濕性</td><td>潮濕率(%)</td><td>0+00</td><td>濕度計</td><td colspan="2">每一批取樣 1 個</td><td>接收檢驗員</td><td colspan="2">檢核表</td><td>供應商品保管主任</td></tr>
<tr><td>庫存狀況</td><td>潮濕性</td><td>潮濕率(%)</td><td>0+00</td><td>濕度計</td><td colspan="2">每一批取樣 2 個</td><td>實驗室檢驗員</td><td colspan="2">X−R 圖</td><td>主任</td></tr>
<tr><td rowspan="3">機器變數</td><td>高壓射出時間
低壓射出時間
停留時間</td><td>時間</td><td>M±00
M±00
M±00</td><td>機器自動測試規</td><td colspan="2">每次上線取樣 1 個</td><td>操作員</td><td colspan="2">檢核表</td><td>領班</td></tr>
<tr><td>高壓射出壓力
低壓射出壓力
高壓</td><td>壓力</td><td>M±00
M±00
M±00</td><td>壓力規</td><td colspan="2">每次上線取樣 1 個</td><td>操作員</td><td colspan="2">檢核表</td><td>領班</td></tr>
<tr><td>區域溫度 1
區域溫度 2
區域溫度 4</td><td>溫度</td><td>M±00
M±00
M±00</td><td>溫度規（自動控制）</td><td colspan="2">每次上線取樣 1 個</td><td>操作員</td><td colspan="2">檢核表</td><td>領班</td></tr>
<tr><td>工具變數</td><td>模具溫度</td><td>溫度</td><td>M±00</td><td>熱耦合器</td><td colspan="2">每 2 小時取樣 3 個</td><td>操作員</td><td colspan="2">X−R</td><td>領班</td></tr>
<tr><td rowspan="2">產品特性</td><td>材料溫度</td><td>溫度</td><td>M±00</td><td>熱耦合器</td><td colspan="2">每 4 小時取樣 1 個</td><td>操作員</td><td colspan="2">X−R</td><td>領班</td></tr>
<tr><td>鑿孔
寬度</td><td>直徑
寬度</td><td>M±00
M±00</td><td>電子測試器</td><td colspan="2">每 2 小時取樣 5 個</td><td>操作員</td><td colspan="2">X−R</td><td>領班</td></tr>
<tr><td>工具狀況</td><td>上述材料特性及目視其實體狀況</td><td>目測及尺寸檢驗最後一件產品</td><td colspan="2">請參閱工具檢驗方法說明書</td><td colspan="2">每次更換工具時</td><td>工具技師</td><td colspan="2">檢核表</td><td>保養主任</td></tr>
</table>

圖 5　壓鑄作業工程品質管理表

請翻到下一頁

<table>
<tr><td rowspan="3">〔安全項目〕</td><td colspan="2">作　業　標　準　書</td><td colspan="2">日期　　年　　月　　日</td></tr>
<tr><td>產品</td><td></td><td>核可</td><td>承辦</td></tr>
<tr><td>工程</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

〔作業條件〕

〔作業順序〕

〔操作重點〕

〔注意〕

修正

圖 6　操作標準書

步驟四：製程能力調查～為了設計、生產、銷售客戶滿意且願意購買的產品，製造該產品的製程能力務必符合客戶的需求。因此製程能力充足後還必須能繼續維持，所以在品質管理的系統中製程能力的掌握很重要。（詳細內容將會在 PMF－CQC0605 製程能力分析教材為您說明，在此您只要對製程能力有一個初步印象即可。）

步驟五：管制圖的運用～統計製程管制（SPC）的一個基本工具就是管制圖，而管制圖又分計量值管制圖與計數值管制圖，其內又分各種類的計量值與計數值管制圖，所以如何選用適當的管制圖，並將管制圖上的三條線畫好，是做好統計製程管制（SPC）的重要作業。（詳細內容 PF－CT0604 繪製品質管制圖教材中有詳盡的說明。）

步驟六：問題分析解決～製程能力調查管制圖可提供問題的原因係由機遇原因或非機遇原因所造成，但無法告知你確切的原因爲何？及如何解決問題？而問題解決的技巧，在於依據事實找出造成變異的確切原因，並提出對策加以改善，及如何再發防止。（至於問題分析解決的技巧在 PMF－CQC0601 認識品管手法教材中有詳細說明）。

步驟七：製程之繼續管制～經過前述之六個步驟，確認製程能力符合客戶的需求，且管制圖上的點未超出管制界線時，則可將此管制界限限沿用作爲製程之繼續管制。但當製程的條件如有變動時，如機器、材料、方法等產生異動時，則須回到步驟三，不可沿用原先管制界線以管制製程，我們將統計製程管制（SPC）的應用步驟以流程圖表示，如圖 7 所示。

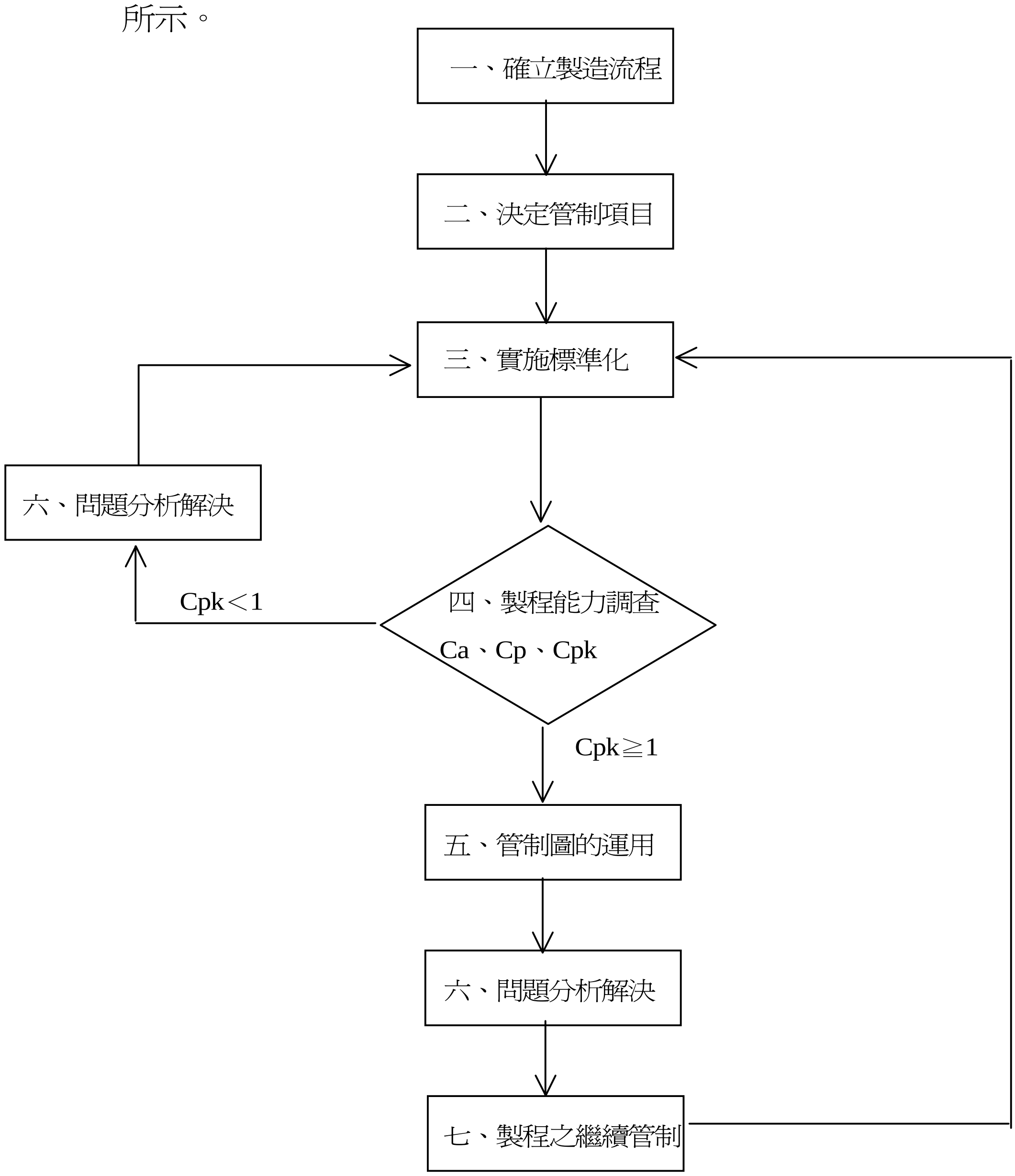


圖 7　統計製程管制（SPC）的應用步驟流程圖

請翻到下一頁

學習評量一

請不要參閱資料或書籍，在下列各題前之空格寫出正確的答案。

一、是非題：（100%每題 10 分）

（　）1.統計製程分析是經由製程去蒐集資料，加以統計分析，然後採取改善措施。

（　）2.統計製程管制（SPC）的基本統計理論是由常態分配所延伸出來的。

（　）3.常態分配中任一數 X 在$\mu\pm2\sigma$內的機率為 99.73%。

（　）4.常態分配的曲曲線以群體平均值（μ）對應之最高點為中心，向兩邊逐漸下降且左右對稱。

（　）5.常態分配的曲線初時較陡，在$\mu\pm3\sigma$而逐漸轉平，此轉向點即謂之反曲點。

（　）6.管制項目（control item）依據中國國家標準 CNS 2579 的定義為：為維持產品之品質，作為管制對象所列舉之項目。

（　）7.欲推動統計製程管制（SPC）時，必須要先從整個系統設計開始，方能達到維持製程與提升製程能力的目的。

（　）8.確立製程流程時首先製程程序要明確，依據製造程序繪製製流程圖，並依據製造流程圖訂定工程品質管理表。

（　）9.製流程是集合生產所需要 4M：人員（MAN）、機器（MACHINE）、物料（MATERIAL）、方法（METHOD），經由必要的作業程序、作業活動以產生一特定的產品即謂之。

（　）10.標準（standard）係為使有關人們之間能公平地獲得利益或方便，以謀求統一及簡單化為目的，以及為了給予測定上之普遍性，作為表示使用量大小之方法或事物之基準。

請翻到下一頁核能對答案

學習評量一答案

你的答案應包括下列要點

一、是非題

1.（○）
2.（○）
3.（╳）$\mu \pm 3\sigma$
4.（○）
5.（╳）$\mu \pm 1\sigma$
6.（○）
7.（○）
8.（○）
9.（○）
10.（○）

假如你的答案與上述之重點相似，請翻到下一頁，假如你的答案不與上述之重點相似請翻至第 6 頁重新閱讀以便發現你的錯誤之處，並將第 13 頁上的錯誤改正，然後翻到第 15 頁，學習下一個目標。

嗯！你真的很棒！已經瞭解統計製程管制的基本概念。接下來

本教材第二個學習目標是：

在不參考任何書籍資料之下你能夠正確地瞭解統計的基本概念與技術。

假如你認為勝任上述目標之要求，請翻到第 50 頁做學習評量，如你需要多學習點的話，請翻到下一頁或閱讀參考書籍。

壹、統計學概述

一、統計學

統計學（statistics），係指處理數據之蒐集、列表、分析、詮釋與比較的科學。這個定義涵蓋著數據的蒐集、列表、分析、詮釋與比較之各項步驟，而每一步驟則視其先行步驟之完整性與精確性而定。

二、資料之蒐集與分類

(一)資料之蒐集通常有下列兩種途徑：(1)直接觀測、(2)間接從書面資料或口頭問答而得到。行銷研究與民意調查往往採行書面資料或口頭問答而進行資料之蒐集。然而，就品質管理而言，其資料蒐集的途徑絕大多數是採行直接觀測或從現場直接取得。

(二)資料之分類

資料經過蒐集、整理而成數據。數據因資料的性質而分成連續數據（continuous data）與間斷數據（discrete data）兩種。連續性的數據，可一直細分到某種程度皆不中斷的，例如人體的身高體重；不連續的數據是不可細分的、中斷的，例如家庭數。

品質特性經觀測後得到的連續數據，在品質管理上，可稱爲計量值。計量值（variablies）係指連續數據的品質特性而言，舉例來說，鋼板的厚度爲 11.3 公分、11.33 公分、11.336 公分或 11.3365 公分…，可細分到很小的單位。

品質特性經觀測後得到的間斷數據，品質管理上，可稱爲計數值。那麼，何謂計數值？計數值的定義在列示如下：

計數值（attributes），係指間斷數據的品質特性而言。例來說，鉚釘的不良數爲任何整數，0、7、12、48、109、153、1186…。一般而言，連續數據之計量值是可測量的；間斷數據之計算值是可計數的。有時候，我們往往也會以口頭或非數字數據來說明品質特性。舉例來說，一件鋼板塗裝之品質通常可以「拙劣、正常、優良」三類來詮釋，而「拙劣、正常、優良」卻可用「1、2、3」之數字來取而代之。有時我們以視覺來判斷的品質特性，往被歸類爲計數值。舉例來說，班上數學考試及格人數或水龍頭是開的還是關的。這些可說是將計量值當作計數值來使用。

請翻到下一頁

三、數據之描述

在實施品質管理時，所蒐集到的數據極爲迂迴曲折，不知對我們有何幫助。舉例來說，精品鑄造公司軸承座產品 50 批（批量大小爲 500）之不良數列示於表 1 之中。若不加以進一步整理、分析，實爲令人困惑而毫無幫助。雖然表 1 所記載的數據相當清晰，幾可一目了然，若不再經過整理分析，很難拿來直接應用，因爲表 1 的數據特性不夠彰顯。假如我們將表 1 的數據經過一番分析與整理之後，而求得其次數分配，然後從次數分配中求得集中趨勢及離中趨勢的統計量，以表示該數據是如何集中在一或如何離散的，再輔以圖表（如表 2），則效果就增益了不少。

表 1　軸承座產品 50 批（批量大小爲 500）之不良數

1	3	4	3	2
2	2	2	3	5
3	6	4	0	0
4	3	2	1	4
5	0	3	2	0
0	5	6	0	3
1	2	4	3	2
0	4	0	5	1
4	1	2	4	0
4	2	1	1	3

表 2　表 1 中不良數之畫記及累計次數

不　良　數	畫　記	次　數
0	~~////~~　////	9
1	~~////~~　//	7
2	~~////~~　////	9
3	~~////~~　~~////~~	10
4	~~////~~　////	9
5	////	4
6	//	2

請翻到下一頁

貳、統計學的基本觀念

在統計學的基本觀念中，我將介紹次數分配、集中趨勢量數、離中趨勢量數、其他量數（偏態與峰態）、母體與樣本和常態曲線等議題。

所謂母體（population），係指整體的測量值而言。所謂樣本（sample），係指母體中所抽取的一小部份測量值而言。

一、次數分配

次數分配（frequency distribution），係指將數據歸類，並展示在不同的互斥（彼此不重覆）類別中，以便觀察其發生次數而言。我們要將一堆數據整理成次數分配，從中求取該次數分配之集中趨勢與離中趨勢之前，得確定該數據是未分組數據，還是分組數據，因爲不同的數據，整理成次數分配的方法截然不同。

一般統計的數據可以分成分組數據和未分數據。未分組數據呈現著一系列的觀察值，而分組數據則呈現著一堆觀察值。不管未分組或已分組，這些數據可能是連續數據，也可能是間斷數據。

(一)未分組的數據，老實說，實在不具實質的意義，除非將未分組的數據再加以處理。從表 1 的數據看來，實在很難瞭解其中的意義。我們將表 1 再加以處理，將每一不良數之次數加以畫記之（如表 2 所示）。則我們就很容易瞭解該數據所代表的意義了。

表 2 的分析使任何人都能看懂該數據之分配。倘若我們省略了表 2 中的畫記欄，則表 2 殘存的結果便可視爲次數分配。

次數分配是一種使數據形象化的方法，可作爲品質管理問題之解決基礎。爲了說明方便起見，有下列四種不同的圖形可用來表現次數分配：

1.直方圖。所謂直方圖（histogram），係指針對次數分配，沿著橫軸以各組組距爲底，組界爲分界，各組次數爲高度，每一組距上畫一矩形而完成的圖形。圖 8(a)代表表 2 數據的直方圖。

2.相對次數分配。所謂相對次數分配（relative frequency distribution），係指以相對次數形成的次數分配而言，而所謂相對次數，是指每一數據值的次數對所有數據值次數的加總之比值而言。根據表 2 之數據，可計算相對次數（參閱表 3）。至於相對次數的圖示，則可參閱圖 8（b 之相對次數直方圖）。

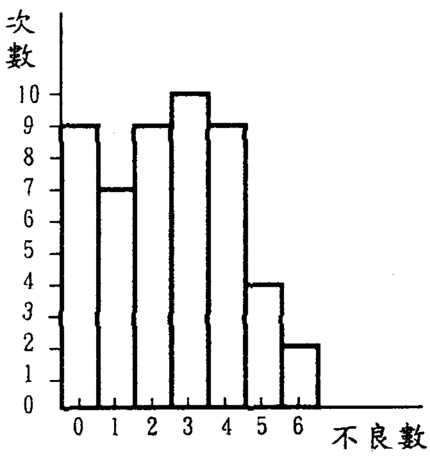
請翻到下一頁

表 3　其他不同的次數分配

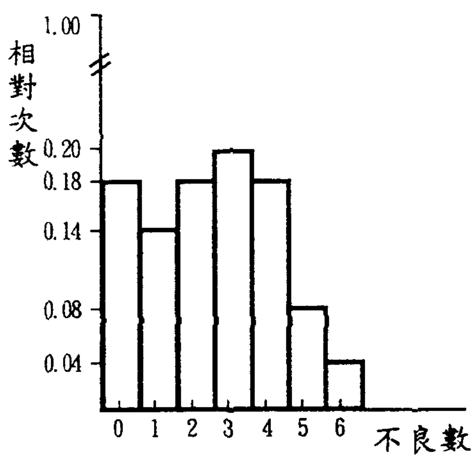
不良數	次數	相對次數	累加次數	相對累加次數
0	9	9÷50=0.18	9	9÷50=0.18
1	7	7÷50=0.14	9+7=16	16÷50=0.32
2	9	9÷50=0.18	16+9=25	25÷50=0.50
3	10	10÷50=0.20	25+10=35	35÷50=0.70
4	9	9÷50=0.18	35+9=44	44÷50=0.88
5	4	4÷50=0.08	44+4=48	48÷50=0.96
6	2	2÷50=0.04	48+2=50	50÷50=1.00
總數	50	=1.00		

3.累積次數分配。所謂累加次數分配（cumulative frequency distribution），係指以累加次數形成的次數分配而言，而所謂累加次數，是指每一數據值的累加次數而言。根據表 2 之數據，可計算累加次數（參閱表 3）。至於累加次數的圖示，則可參閱圖 8(c)之累加次數直方圖。

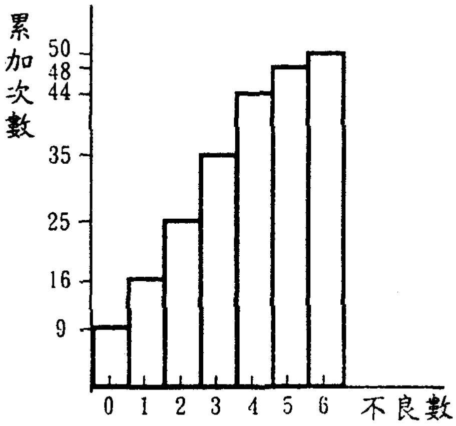
4.相對累加次數分配。所謂相對累加次數分配（relative cumulative frequency distribution），係指以累加次數形成的次數分配而言，而所稱相對累加次數，是指以每一數據值的累加次數對所有畫記加總的比值而言。根據表 2 的數據，可計算相對累加次數（參閱表 3）。至於相對累加次數的圖示，則可參閱圖 8(d)之相對累加次數直方圖。



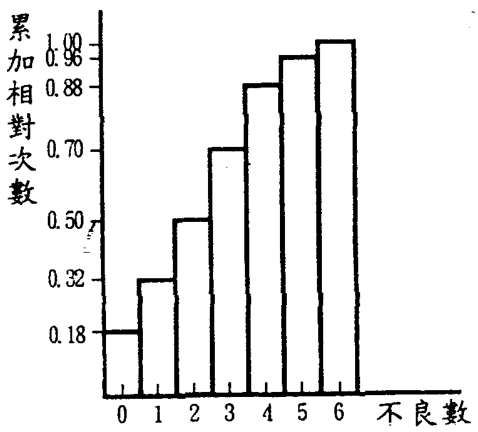
(a)次數直方圖



(b)相對次數直方圖



(c)累積直方圖



(d)相對累加直方圖

圖 8　表 2 與表 3 之圖示

(二)分組數據

分組數據之次數分配的建立，通常較爲複雜。我們以範例一及範例二來分別說明。

範例一

江姓檢查員將一百件鑄件的厚度所測量到的數據列示於表 4，試根據所列未分組資料，製作次數分配表，繪製直方圖及次數多邊形圖。

表 4　鑄件厚度

行 / 列	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
1	2.37	2.25	2.55	2.37	2.31	L2.49	2.35	2.38	2.22	S2.18
2	2.32	2.49	2.31	2.29	2.66	2.35	2.41	L2.54	2.41	2.40
3	L2.66	S2.13	2.46	2.35	2.42	2.39	2.41	2.42	L2.53	2.37
4	2.46	2.50	S2.23	2.58	2.57	2.25	2.35	2.52	2.40	2.56
5	2.49	2.43	2.35	2.45	2.63	2.43	L2.74	2.31	2.19	2.40
6	2.34	2.51	L2.63	2.31	2.46	2.47	S2.19	2.41	2.45	2.45
7	2.34	2.62	2.31	2.52	2.57	S2.20	2.52	2.41	S2.12	2.51
8	2.48	2.42	2.31	S2.27	S2.24	2.34	2.48	2.50	2.32	L2.58
9	S2.17	L2.67	2.37	L2.76	2.51	2.27	2.43	2.37	2.32	2.37
10	2.42	2.51	2.45	2.42	L2.72	2.48	2.43	S2.24	2.49	2.44
L	2.66	2.67	2.63	2.76	2.72	2.49	2.74	2.54	2.53	2.58
S	2.17	2.13	2.23	2.27	2.24	2.20	2.19	2.24	2.12	2.18

註：L：代表行中最大數據　S：代表行中最小數據

請翻到下一頁

《解答》

1.製作次數分配表

茲將次數分配表之製作步驟列示如下：

(1)行的數據中，找出最大數據（L）與最小數據（S）來。

(2)將每行數據之最大數據（L）與最小數據（S）列在表下最後二行。

(3)將 L 列中找出最大值，並標示 Ⓛ 記號；從 S 列中找出最小值，並標示 Ⓢ 記號。

(4)計算全部數據的全距。所謂全距（range，簡稱 R），係指最大值減最小值所得之差。全距（R）＝2.76－2.12＝0.64

(5)將全距分成 8～16 組，並求出組距 C，本範例將全距分成 9 組，則所得到的組距 C，如下所示：

組距 C＝全距／（組距－1）＝0.64／（9－1）＝0.08

(6)求出最小組的下組界與上組界

最小組的下組界＝最小值－測定值之最小位數／2

＝2.12－0.01／2＝2.115

最小組的上組界＝最小組的下組界＋組距＝2.115＋0.08＝2.195

(7)從此類推，算出第一組（包括最後一組）（最後一組須包括最大值）之下組界與上組界

(8)各組的中值（Xi）＝（下組界＋上組界）／2

(9)將一百件鑄件厚度的數據，畫記於表 5，表 5 即為所求得之次數分配表。

表 5　次數分配表

組 別	組界（公分）	組中點（公分）	畫 記	次 數
1	2.115-2.195	2.155	卌 |	6
2	2.195-2.275	2.235	卌 ||||	9
3	2.275-2.355	2.315	卌 卌 卌 |||	18
4	2.355-2.435	2.395	卌 卌 卌 卌 ||||	24
5	2.435-2.515	2.475	卌 卌 卌 卌 |||	23
6	2.515-2.595	2.555	卌 卌 |	11
7	2.595-2.675	2.635	卌 |	6
8	2.675-2.755	2.715	||	2
9	2.755-2.835	2.795	|	1
合　計				100

請翻到下一頁

2.繪製直方圖

所謂直方圖（histogram），係指針對次數分配，沿著橫軸以各組組距爲底，組界爲分界，各組次數爲高度，每一組距畫一矩形而完成的圖形。茲將本範例之次數分配表轉繪成如圖 9 所示的直方圖。

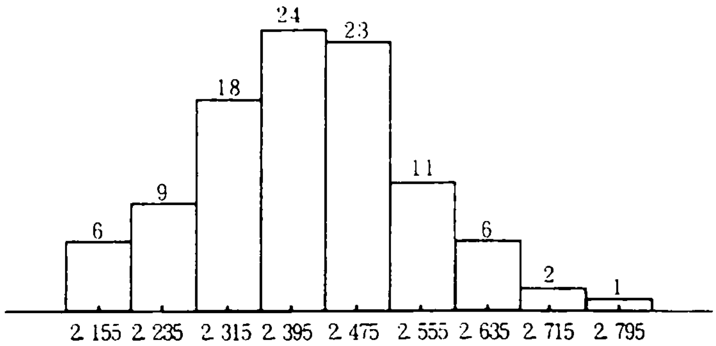


圖 9 直方圖

3.繪製次數多邊形圖

所謂次數多邊形圖（frequency polygon），係指多邊形封閉圖形而言。次數多邊形圖與直方圖同以縱軸爲次數，橫軸爲變量值，爲使次數多邊形爲封閉圖形，左右兩端各加一組，此二組之次數皆爲零。茲連結各組之次數後所繪製的次數多邊形圖可列示如下（參閱圖 10）。

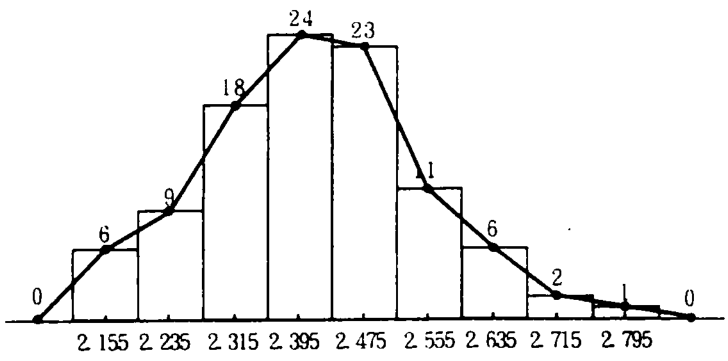


圖 10 直方圖上之次數多邊形圖

請翻到下一頁

範例二

試根據範例一的資訊，繪製累加次數分配圖。

《解答》

累加次數分配圖可分成以下累加次數分配圖與以上累加次數分配圖兩種。分別繪製於下。

1.以下累加次數分配圖

(1)從範例一的資訊，計算後可得到下列的以下累加次數分配表（參閱表 6）：

表 6　以下累加次數分配表

組界（公分）	以下累加次數
2.115	0
2.195	6
2.275	15
2.355	33
2.435	57
2.515	80
2.595	91
2.675	97
2.755	99
2.835	100

(2)將以下累加次數分配表繪製成以下累加次數分配圖（參閱圖 11）。

圖 11　以下累加次數分配圖

請翻到下一頁

2.以上累加次數分配圖

(1)從範例一的資訊，可得到下列的以上累加次數分配表（參閱表 7）。

表 7　以上累加次數分配表

組界（公分）	以上累加次數
2.115	100
2.195	94
2.275	85
2.355	67
2.435	43
2.515	20
2.595	9
2.675	3
2.755	1
2.835	0

(2)將以上累加次數分配表繪製成以上累加次數分配圖（參閱圖 12）。

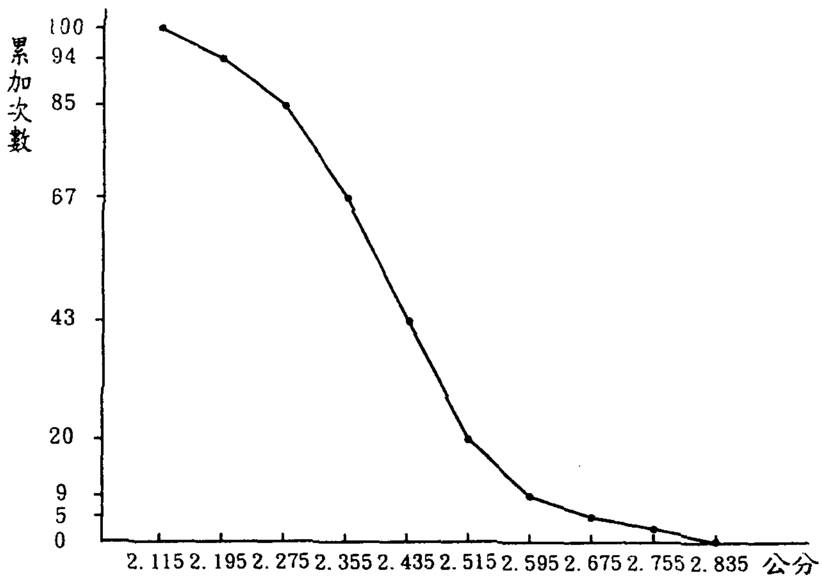


圖 12　以上累加次數分配圖

(三)次數分配曲線

圖 13 之次數分配曲線圖使用平滑的曲線而不使用多邊或直方圖。當無窮的數據分成無數的組時，次數多邊形圖就會變成平滑的曲線，此條平滑曲線代表母體的次數曲線（frequency distribution curve）。次數分配曲線具有下列特性：

(1)次數分配曲線對稱，且數據在中心值之每一側呈現平均分配。

(2)次數分配曲線有對稱分配、左偏分配與右偏分配。

(3)次數分配曲線的峰度有常態峰、高狹峰與低闊峰。

(4)次數分配曲線的眾數有單一眾數、雙眾數與多眾數。

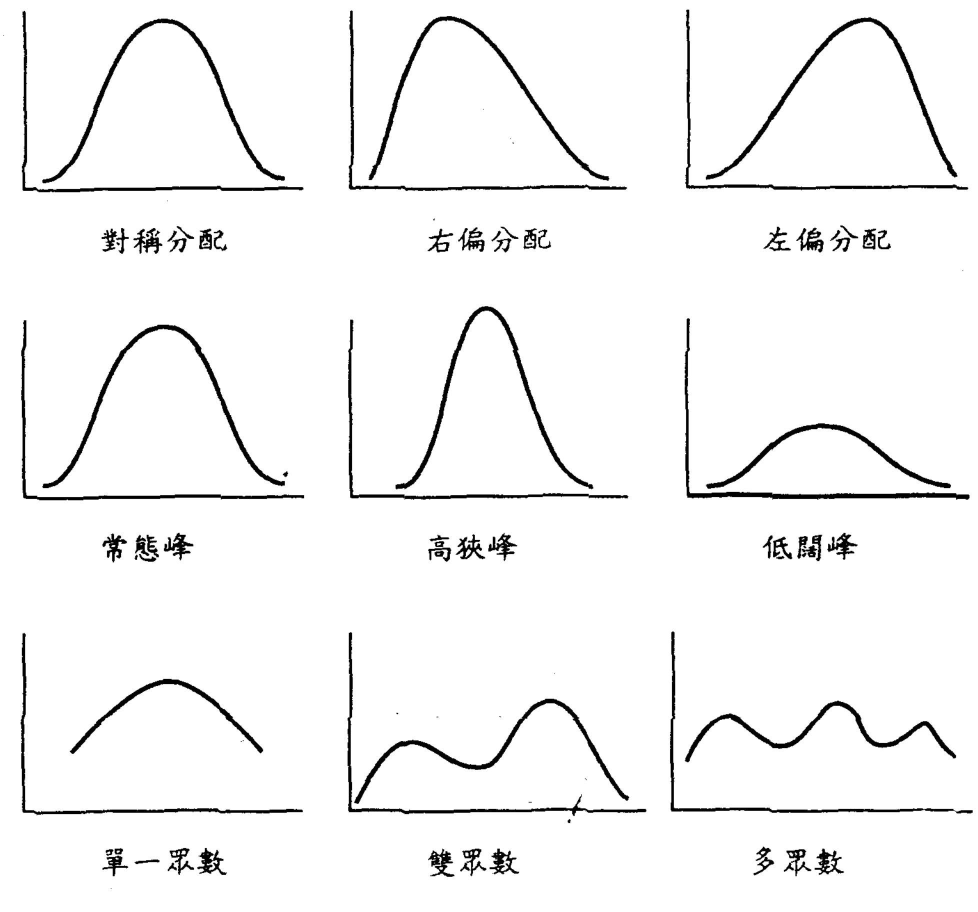


圖 13　次數分配曲線的特性

請翻到下一頁

次數分配曲線可提供品質管理問題的資訊，作爲品質決策之基礎。如圖 14 所示，次數分配曲線亦可提供次數分配曲線位置、曲線分佈與曲線形狀之比數。

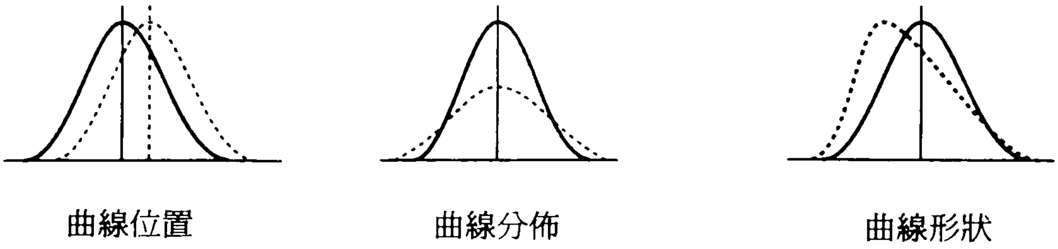


圖 14　曲線位置、分佈與形狀之比較

(四)直方圖之分析

直方圖之分析可提供產品規格之資訊、樣本次數分配曲線的形狀，以及其他特殊產品品質管理問題。圖 15 顯示鋼板鑽孔孔徑之直方圖。理想的孔徑在 2.5mm 與 2.7mm 之間，如陰影矩形所示。孔徑小於 2.5mm 或大於 2.7mm 均屬不甚理想。正確的測量結果應使次數分配曲線的分配更接近 2.6mm 的理想值。

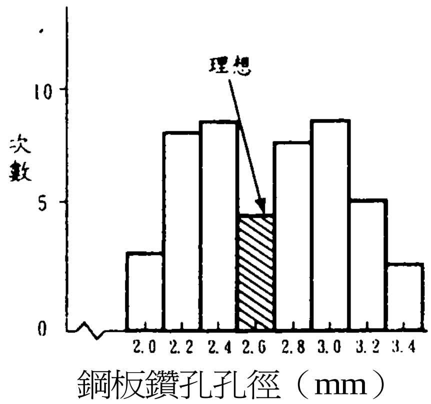


圖 15　鋼板鑽孔孔徑之直方圖

二、集中趨勢的量數

次數分配雖可提供品質管理問題的資訊，作爲品質決策的基礎，然而有時並不能符合期望，還需要一步分析，以提供其他的資訊。這種分析法比次數分配圖示法具有少佔空間的優點，也可以進一步進行統計計算、推論或檢定。這種分析法有下列兩種：集中趨勢量數、離中趨勢量數。

所謂集中趨勢量數（measure of central tendency），係指數據之中央位置或數據趨進中央位置的數據而言。

次數分配之集中趨勢量數通常有下列三種應用於品質管理：平均數、中位數與眾數。此外，其他集中趨勢量數，諸如幾何平均數、調和平均數與均方根，並不使用於品質管理。

(一)平均數

所謂平均數（average），係指觀察值的總和除以觀察值數目而言。平均數可說是集中趨勢最常用的量數。平均數通常有下列三種不同的計算方法：

1.未分組數據之計算方法

茲將未分組數據下平均數的計算公式列示如下：

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n}Xi}{n}=\frac{X_1+X_2+X_3+\ldots\ldots+X_n}{n}$$

其中，

$\overline{X}$ ＝平均數

n ＝觀察值數目

X_1，X_2，……..，X_3＝下目標爲 1，2，…，n 或一般下標 i 之觀察值

Σ ＝「總和」之符號

範例三

柯姓檢查員檢查五個鋼軸的重量，並記錄如下：X_1＝2.59 公斤，X_2＝2.38 公斤，X_3＝3.03 公斤，X_4＝1.98 公斤，X_5＝2.16 公斤。試求五個鋼軸的平均重量。

《解答》

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n}Xi}{n}=\frac{2.59+2.38+3.03+1.98+2.16}{5}=2.428\text{（公斤）}$$

請翻到下一頁

2.分組數據

茲將分組數據下平均數的計算公式列示如下：

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{h} fiXi}{n}=\frac{f_1X_1+f_2X_2+\text{..............}+f_nX_h}{f_1+f_2+\text{..............}+f_h}$$

其中，

n ＝次數總和

f_i ＝第 i 組之觀察值數目

X_i ＝下標為 1，2，⋯，n 或一般下標 i 之各組組中點

h ＝組數

在分組數據下，X_i 是組中點而 f_i 是組之觀察值數目。在個別觀察值次數分配下，X_i 是觀察值，而 f_i 為該觀值所發生的次數。組中點可視為該組之代表值。組中點乘以該組次數，並將其乘積加總起來。加總起來的總和若除以觀察總數，則可求出平均數。就表 8 而言，前三個縱欄可說是典型的次數分配。第四個縱欄「fiXi」則為組中點（第二縱欄）與次數（第三縱欄）的乘積。

表 8　鑄件厚度次數分配

組　別	組　界(1)	組中點 Xi(2)	次　數 fi(3)	計　數 fiXi(4)
1	9.115-9.135	9.125	4	36.500
2	9.135-9.155	9.145	8	73.160
3	9.155-9.175	9.165	24	219.960
4	9.175-9.195	9.185	29	266.365
5	9.195-9.215	9.205	17	156.485
6	9.215-9.235	9.225	13	119.925
7	9.235-9.255	9.245	3	27.735
8	9.255-9.275	9.265	2	18.530
合　計			100	Σfi Xi=918.660

請翻到下一頁

範例四

試根據鑄件厚度數據之次數分配（參閱表 8），求出其平均數。

《解答》

$$\overline{X}=\frac{\sum_{i=1}^{h} fiXi}{n}=\frac{918.66}{100}=9.1866\text{（公釐）}$$

注意：在未分組數據與分組數據下所計算出來的平均數，會有些微差異。此差異原因何在？此差異在於每組的觀察值並非均勻於各組之內。當然，這些差異在實務處理上並不足於影響次數分佈的準確度。

(二)中位數

接下來讓我們探討集中趨勢之另一項重要的量數～中位數。所謂中位數（median，M_d），係指一系列有次序的觀察值的中點值而言，中位數以上的項數與中位數以下的項數是相同的。

1.未分組法

在未分組數據裡，當一系列數值爲奇數且依序排列時，中位數是該系列數值之中點；當一系列數值爲偶數且依序排列時，中位數爲兩中點數值之平均數。舉例來說，在 7、8、9、10、11、12、13、14、15 數列中，中位數爲 11；在 18、19、20、21、22、23、24、25 數列中，中位數爲 21 與 22 的平均數，即（21＋22）／2＝21.5。

2.分組法

在數據分組成次數分配的情況下，首先應決定中位數到底落在那一組，然後在該組內使用內插法算出中位數。茲將以內插法算出中位數所使用的計算公式羅列如下：

$$M_d=L_m+\left(\frac{\frac{1}{2}-cf_m}{f_m}\right)i$$

其中，

M_d ＝中位數

L_m ＝中位數所在組的下組界

n ＝觀察值總數

cf_m ＝L_m 以下各組之累積次數

f_m ＝中位數所在組的次數

i ＝組距

請翻到下一頁

範例六

請根據範例四及表 8 之次數分配，計算中位數。

《解答》

1.根據範例四及表 8 之次數分配，可得到下列的資訊：

(1)第一組（組中點 9.125）算起，其數據一半之處爲 50（100÷2＝50）。

(2)中位數落在第四組。

(3) L_m 以下各組之累積次數 cf_m 爲 36

(4)中位數所在組之次數爲 29＝ f_m

(5)中位數所在組之下組界爲 9.175＝ L_m

(6) i ＝0.02

2.可根據下列計算而求得中位數：

$$M_d = L_m + \left(\frac{\frac{h}{2} - cf_m}{f_m}\right) i = 9.175 + \left(\frac{\frac{100}{2} - 36}{29}\right) 0.02 = 9.1847$$

倘若從次數分配的右尾端算起，則中位數的計算公式又有另一種形式，茲列示如下：

$$M_d = U_m + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf_m}{f_m}\right)$$

其中，

M_d ＝中位數

U_m ＝中位數所在組的上組界

n ＝觀察值總數

cf_m ＝Um 以上各組之累積次數

f_m ＝中位數所在組的次數

i ＝組距

請翻到下一頁

範例七

試根據範例四及表 8 之次數分配，計算中位數。

《解答》

1.根據範例四及表 8 之次數分配，可得到下列資訊：

(1)從第一組（組中點 9.125）算起，其數據一半之處為 50（100÷2＝50）

(2)中位數落在第四組

(3)組距（i）為 0.02

(4)中位數所在組之上組界為 9.195＝U_m

(5)中位數所在組之次數為 29＝ f_m

(6)Um 以上各組之累積次數cf_m為 35

2.我們可根據下列計算而求得中位數：

$$M_d = U_m + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf_m}{f_m}\right) i = 9.175 + \left(\frac{\frac{100}{2} - 35}{29}\right) 0.02 = 9.1847$$

(三)眾數

接下來我們探討集中趨勢之另一項重要的量數～眾數。所謂眾數（mode，簡稱 Mo），係指一系列有次序的觀察值中，次數發生最多的數值而言。未分組法可能一系列觀察值中沒有眾數存在。舉例來說，15、17、18、21、45、63、72、73、75、78、84、92、95 的一系列中數值中，每一數值皆出現乙次，故沒有眾數存在。一系列觀察值中只有一個眾數者，稱為單一眾數（umimodal）。舉例來說，2、5、7、9、9、9、10、12~$13、15、16、29、38、56、70、89 一系列數據中，只有 9 出現三次，其餘數值皆出現乙次，故 9 為單一眾數。一系列觀察值中，出現的眾數有三個以上者，可稱為多眾數（multimodal）。

1.分組法

在數據分組成次數分配的情況下，眾數落在次數最多的組。眾數組的組中點便是該次分配的眾數。另一方面，就像中位數一樣，亦可用內插法計算眾數之估計值。茲將眾數估計值之計算公式列示如下：

$$M_o = L_{mo} + \left(\frac{f_1}{f_{-1} + f_1} \times i\right)$$

請翻到下一頁

其中，

M_0 ＝眾數
L_{mo} ＝眾數所在組下組界
f_1 ＝與眾數所在組上組界相鄰一組的次數
f_{-1} ＝與眾數所在組下組界相鄰的次數
i ＝眾數所在組組距

範例八
試根據範例四及表 8 之次數分配，計算眾數。

《解答》

根據範例四及表 8 之次數分配，得知眾數落在第四組。我們可依下列計算求得眾數：

$$M_o = 9.175 + \frac{17}{24+17}(0.02) = 9.1833$$

(四)集中趨勢諸量數間的關係

我們可從圖 16 的次數分配曲線圖裡，得知集中趨勢三個量數間的關係如下：

1.在對稱分配下，平均數＝中位數＝眾數
2.在正偏分配下，平均數＞中位數＞眾數
3.在負偏分配下，眾數＞中位數＞平均數

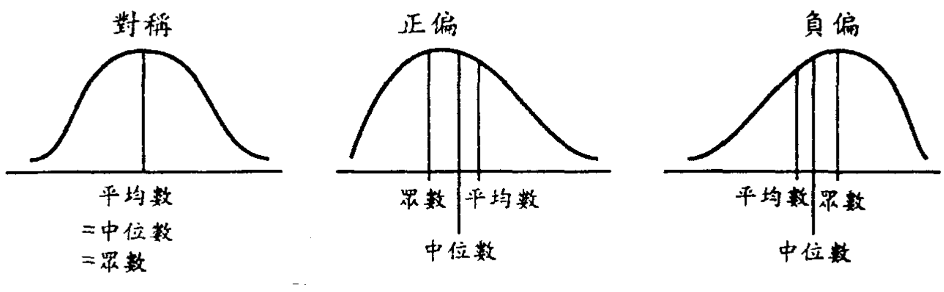


圖 16　平均數、中位數與眾數三者間的關係

平均數是使用機會最多的集中趨勢量數，它通常使用於對稱分配，或分配不是負偏或正偏時。許多統計量（諸如離中趨勢量數、管制圖等），通常都是以平均數為基礎而發展出來的。

請翻到下一頁

在負（左）偏或正（右）偏分配時，中位數其爲好用，因爲中位數不受極端值的影響。這時，平均數反而不好用，因爲平均數會受極端值的影響。舉例來說，某職訓中心口試委員五人對考生張萬生進行口試，70 分以上通過口試，張萬生所得的分數分別爲 20、65、73、75、81。若以中位數做爲評分結果，則張萬生得 73 分，通過職訓中心口試，因爲中位數 73 分不受極端值 20 的影響。若以平均數做爲評分結果，則張萬生得 62.8 分，不能通過職訓中心口試，因爲平均數爲 62.8 分受極端值 20 的影響。

在快速估計集中趨勢量數時，眾數可能派上用場。吾人以目視，就可找到直方圖或次數分配的眾數了。

三、離中趨勢的量數

離中趨勢量數（dispersion measures）描述數據如何散佈或離散於中心值的兩側。與集中趨勢量數一樣，離中趨勢量數亦爲描述一群數據所不可或缺的工具。舉例來說，新竹中興高二乙、丙班學生上學期數學平均成績均爲 68.3 分。然而高二乙班學生上學期數學成績最高爲 92.5 分，最低爲 37 分；高二丙班學生上學期數學成績最高爲 86.7 分，最低爲 47.4 分。高二乙班學生上學期數學成績分佈較高二丙班學生，向平均數兩側散佈得較遠。

本節所討論的離中趨勢量數僅限於全距與標準差二種。其他的離中趨勢量數，諸如平均差與四分位差並不使用於品質管理，故本節中不擬討論之。

(一)全距

全距（range，簡稱 R），係指一系列數值中，最大值與最小值之間的差額而言。全距可用下列的計算式表示之：

$$R = X_H - X_L$$

其中，

R ＝全距

X_H ＝一系列數值中的最大值

X_L ＝一系列數值中的最小值

請翻到下一頁

範例九

假若高二甲班學生下學期英文成績最高爲 93.5 分，最低爲 48.5 分，試求其全距。

《解答》

$$R = X_H - X_L = 93.5\text{分} - 48.5\text{分} = 45\text{分}$$

全距是離中趨勢量數中計算最簡單的量數。有一種全距相關的量數～中全距～偶而也列入使用。所謂中全距（midrange），係指全距除以 2 而言，也就是 R/2 的意思。

(二)標準差

標準差（standard deviation），係指一數列的單位量數，用以測量該數列的離中趨勢。標準差可用下列計算公式表示之：

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi-\overline{X})^2}{n-1}}$$

其中，

S ＝樣本標準差

X_1 ＝個別觀察值

$\overline{X}$ ＝平均數

n ＝觀察值數目

從表 9 之說明，吾人對標準差的概念的概念即可一目了解。第一縱欄（X_1）的 5 個觀察值是以公分爲單位，其平均數爲 5.2 公分。第二縱欄（$X_1 - \overline{X}$）爲個別觀察值對平均數之離差。徜若將第二縱欄所有離差加總起來，其總和經常爲零。在這種情況下就無法計算出離中趨勢量數了。爲了要計算離中趨勢量數，吾人設法將個別觀察值對平均數之離差加以平方，則所有離差之平方皆爲正值，其總和就不會爲零了。第三縱欄〔（$X_1 - \overline{X}$）^{2}〕就是個別觀察值對平均數之離差加以平，方其總和爲 8.80 公分 ^{2}。

請翻到下一頁

表 9　有關標準差之分析

X_1	$X_1 - \overline{X}$	$(X_1 - \overline{X})^2$
6	0.8	0.64
5	-0.2	0.04
7	1.8	3.24
3	-2.2	4.84
5	-0.2	0.04
$\overline{X}$ =5.2	Σ=0	Σ=8.80

離差平方和可除以n而求得平均數。然而，我們使用樣本統計量而非使用母體參數μ，在這種情況下便失去一個自由度（詳細觀念，請參考統計書籍）。因此，爲求得其平均數，我們要用$n-1$來除離差平方和，而不使用n。此平均數便是變異數（S^2）。

$$S=\frac{\sum(X_i-\overline{X})^2}{n-1}=\frac{8.80}{5-1}=2.2\,(公分)^2$$

然而，徜將變異數開平方，就可以得到標準差了。

$$S=\sqrt{\frac{\sum(X_i-\overline{X})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{8.80}{5-1}}=1.483\,(公分)$$

再則，數據可分爲分組數據與未分組數據，故不同的數據有不同的標準差計算方式。

請翻到下一頁

1.未分組法

未分組數據標準差的計算公式可列示如下：

$$S=\sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{n}(Xi^{2}-\left(\sum_{i=1}^{n}Xi\right)^{2}}{n(n-1)}}$$

其中，

S ＝標準差

X_i ＝個別觀察值

n ＝觀察值數目

範例十

試使用未分組法標準差的計算公式，計算表 9 五個觀察值之標準差。

《解答》

$$S=\sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{n}(Xi^{2}-\left(\sum_{i=1}^{n}Xi\right)^{2}}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{5(144)-(26)^{2}}{5(5-1)}}=1.483\,\text{L（公分）}$$

2.分組法

分組數據標準差之計算公式可列示如下：

$$S=\sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{h}(f_{1}-\left[\sum_{i=1}^{h}f_{1}X_{1}\right]^{2}}{n(n-1)}}$$

其中，

S ＝標準差

f_1 ＝第 I 組的次數

X_i ＝第 I 組的組中點

n ＝次數總和

h ＝組數

請翻到下一頁

如表 10 所示，爲了使用分組數據標準差之計算公式來計算標準差，我們應增加「fiXi」與「$f_i X_i^2$」兩縱欄。

表 10　政治大學企業管理學系二年級學生統計學成績

組　界	組中點(X_i)	次數(f_1)	$f_1 X_i$	$f_1 X_i^2$
49.5-59.5	54.5	8	436	23762
59.5-69.5	64.5	48	3096	199692
69.5-79.5	74.5	32	2348	177608
79.5-89.5	84.5	8	676	57122
89.5-99.5	94.5	2	189	17860.5
總　數		n=98	$\Sigma f_1 X_i$=6781	$\Sigma f_1 X_i^2$=476044.5

範例十一

根據表 10 政治大學企業管理學系二年級學生統計學成績之資訊，試求其平均數與標準差。

《解答》

1.平均數

$$\overline{X} = \frac{\sum f_i X_i}{n} = \frac{6781}{98} = 69.19$$

2.標準差

$$S = \sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{h}\left(f_1 X_1^2\right) - \left[\sum_{i=1}^{h} f_1 X_1\right]^2}{n\,(n-1)}}$$

$$= \sqrt{\frac{98(476044.5)-(6781)^2}{98(97)}} = 8.398\text{（公分）}$$

在此特別要說明的是，S 代表樣本標準差，若加上不同的下標，則表不同的標準差，舉例說明如下：

請翻到下一頁

S_X ＝觀察值的樣本標準差；

S_P ＝比率的樣本標準差；

$S_{\overline{X}}$ ＝平均數的樣本標準差；

S_R ＝全距的樣本標準差；

S_S ＝標準差的樣本標準差。

標準差是極為重要的離中趨勢量數，在品質管理中，標準差愈大，品質愈差，因為個別值對中心值的離差愈大；反之標準差愈小，因為個別值為中心值的離差愈小，品質愈佳。

(三)離中趨勢諸量數之間的關係

全距與標準差是品質管理中很重要的兩個量數。全距主要用在管制圖。在數據分佈太散或數據太少而無法得到精確的離中趨勢量數的情況下，全距發揮其優點～提供數據的整個散佈情形。

然而，在觀察數目遞增的情況下，全距的精確度就會逐漸減低。因為在這種情況下，全距很容易受到極端觀察值的影響而偏大。因此在使用全距時，觀察值以不超過 10 個為最佳。

為獲得更精確的離中趨勢的量數，我們建議使用標準差。在數據有極端觀值出現時，標準差優於全距。倘若需要進一步統計計算分析，則標準差是絕佳的離中趨勢量數。

四、其他量數

除了集中趨勢量數與離中趨勢量數，我們還要討論兩種其他量數：偏度與峰度。

(一)偏度

所謂偏度（skewness），係指數據遠離對稱的程度而言。偏度的計算公式是一項近似值，茲將偏度的計算公式列示如下：

$$a_3 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_1\left[X_1 - \overline{X}\right]^3 / n}{S^3}$$

其中，

a_3 ＝偏度

S ＝標準差

偏度（a_3）的大小可以衡量數據是否對稱或遠稱對稱的程度。偏度（a_3）為零，這表示該數據是對稱的；偏度（a_3）小於 0，這表示該數據是尾巴偏左的左偏；偏度（a_3）大於 0，這表示尾巴偏右的右偏。偏度（a_3）的絕對值愈大，表示不對稱的程度愈大。

請翻到下一頁

範例十二

試根據表 11 的資訊，計算次數分配的偏度。

表 11　偏度的計算

X_i	f_i	$f_i\ X_i$	$f_i\ X_i^2$	$X_i-\overline{X}$	$f_i\ (X_i-\overline{X})^3$	$f_i\ (X_i-\overline{X})^4$
3	2	6	18	-5.1	-265.302	1353.0402
6	6	36	216	-2.1	-55.566	116.6886
9	8	72	648	0.9	5.832	5.2488
12	4	48	576	3.9	237.276	925.3764
∑=30	20	162	1458		-77.760	2400.354

《解答》

1.先求該次數分配的平均數與標準差。

$$\overline{X}=\frac{\sum fX}{n}=\frac{162}{20}=8.1$$

$$S=\sqrt{\frac{n\sum_{i=1}^{h}\left(f_1X_1^2\right)-\left[\sum_{i=1}^{h}f_iX_i\right]^2}{n(n-1)}}$$

$$=\sqrt{\frac{20(1458)-(162)^2}{20(19)}}=2.77$$

2.然後求偏度（a_3）

$$a_3=\frac{\sum_{i=1}^{n}f_1\left[X_1-\overline{X}\right]^3\Big/n}{S^3}=\frac{-77.76\Big/20}{(2.77)^3}=-0.1829$$

範例十二中所求出次數分配的偏度（a3）為－0.1829，此為次數分配相當程度的左偏（尾巴偏左）。

請翻到下一頁

爲了使偏度能正確地代表該次數分配，n 愈大愈佳，最好應不低於 100。常態分配是屬於對稱分配，其偏度（a3）爲零。

(二)峰度

所謂峰度（kurtosis），係指次數分配之高峰尖峭程度而言。峰度之計算公式爲一項近值。茲將峰度的計算公式羅列如下：

$$a_4 = \frac{\sum_{i=1}^{h} f_1\left[X_1 - \overline{X}\right]^4 / n}{S^4}$$

其中，

a_4 ＝峰度

S ＝標準差

範例十三
試根據範例十二的資訊，計算該次數分配之峰度。

《解答》

$$a_4 = \frac{\sum_{i=1}^{h} f_1\left[X_1 - \overline{X}\right]^4 / n}{S^4} = \frac{2400.354 / 20}{(2.77)^4} = 2.0386$$

峰度（a_4）2.0386 表示此次數分配的峰態沒有常態分配那麼高，因爲常態分配的峰度（a_4）爲 3。倘若某次數分配的峰度（a_4）大於 3，則該項次數分配應比常態分配更爲尖狹。

以上所介紹的內容，其統計資料都是屬於樣本資料，接下來將介紹母體與樣本在計算一些統計量之不同。

五、母體與樣本

所謂母體（population），係指整體的測量值而言。所謂樣本（sample），係指從母體中所抽取的一小部份測量值而言。

舉例來說，從全校學生 8,500 中抽取 120 名測量其身高。全校學生 8,500 的身高為母體，所抽取的 120 名學生之身高則為樣本。根據樣本數據而計算出來的平均數、標準差及其他各種數據，可統稱統計量（statistics）。然而這些樣本統計量大致說來不完全與母體數值（或稱為參數）相等，不是大於母體參數，則必定會小於母體參數。

母體可能是某事項的無限數目，也可能是某事項的有限數目。舉例來說，汽車的月產量為有限數目；汽車年出產量中螺絲的使用量則可視為無限數目。不管是有限數目或是無限數目，很少有機會去測量母體的全部，絕大多數是母體中選取樣本進行測量。通常在下列各種情況下，有必要採用抽樣：

(一)無法進行母體測量；

(二)母體測量費用高昂；

(三)破壞性檢驗；

(四)危險性測試；

樣本平均數的英文字為 average；母體平均數的英文字為 mean。樣本平均數的符號為 $\overline{X}$：母體平均數的英文號為 μ（讀作 mu）。樣本標準差的符號為 s；母體標準差的符號為 σ（讀作 sigma），請參閱圖 17。μ 與 σ 兩符號經常用來估計母體的 μ 與 σ。

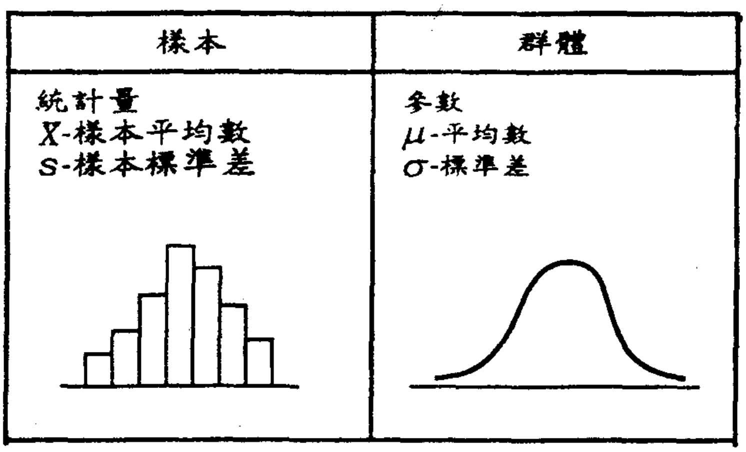


圖 17　樣本與母體之比較

請翻到下一頁

抽樣（sampling）是指從母體中選取樣本而言。抽樣所選取的樣本之統計量能否代表母體的參數取決於下列三項：

(一)樣本大小；

(二)機遇性；

(三)抽樣方法。

茲以表 12 來說明樣本與母體之間的關係。容器中裝有 1,000 粒圓球，其中 700 粒爲黑色圓球，300 粒爲白色圓球。1,000 粒圓球中每次取出 20 次球後再放回容器，並將結果記錄於表 12。表 12 中只有第 3 個樣本與第 8 個樣本的統計量等於母體參數。倘若將 10 個樣本加總起來成爲大樣本，則白球百分比爲 28.5％，接近 30％之母體參數。

表 12　抽樣結果

樣本編號	樣本大小	白球數目	白球百分比
1	20	5	25%
2	20	4	20%
3	20	6	30%
4	20	7	35%
5	20	5	25%
6	20	7	35%
7	20	8	40%
8	20	6	30%
9	20	4	20%
10	20	5	25%
總　數	200	57	28.5%

請翻到下一頁

六、常態曲線

如前所述，當母體數據量愈來愈大，分組組數愈來愈多，組距愈來愈小，從直方圖所繪製而成的次數多邊形圖最後變成平滑多邊形圖或數分配曲線。

有許多不同的情況，就有許多不同的母體。有許多不同的母體，就有許多不同的次數分配曲線。雖然如此，我們可將許多不同的次數分配曲線分類成一般型態的次數分配曲線。在各種次數分配曲線型態中，最爲常見的次數分配曲線型態便是常態分配曲線（Cunormal distribution cuve）。

(一)特性

常態分配曲線通常具有下列數項特性：

1.常態分配曲線爲鐘形分配，中央部份爲其頂峰。

2.常態分配曲線以其平均數爲中心，左右對稱。

3.在常態分配曲線的中心點上，平均數＝中位數＝眾數。

4.常態分配曲線以平均數爲中心點，分別向左右兩邊 X 軸緩緩地趨近。

茲將常態分配曲線的特性列示於圖 18 之中。

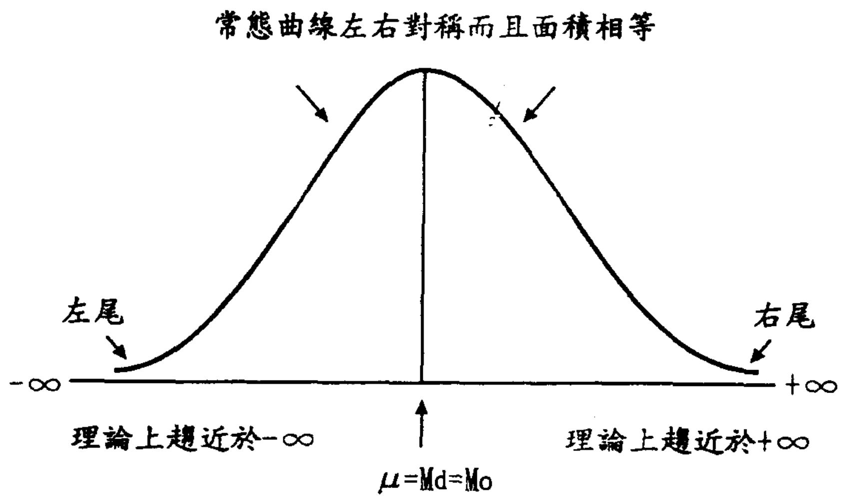


圖 18　常態分配的性質

請翻到下一頁

(二)平均數與標準差的關係

常態分配曲線下平均數與標準差存在著下列三種微妙的關係：

1.平均數相同、標準差不同的常態分配曲線。如圖 19 所示，太電、聯電、台積電三家公司員工平均服務年資相同（為 10 年），但服務年資的標準差並不相同（太電公司為 1.55 年，聯電公司為 1.95 年，台積電公司為 2.5 年）。

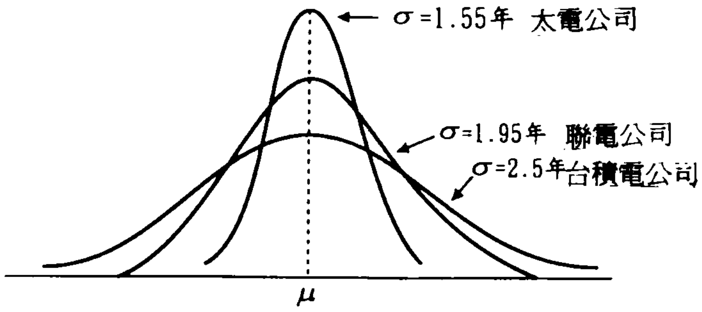


圖 19　平均數相同、標準差不同的常態分配

2.標準差相同，平均數不同的常態分配曲線。如圖 20 所示，大灣高級中學升學資優班、升學輔導班、不升學班高三同學上學期第一次段考數學成績平均分數分 85 分、70 分、60 分，但其標準差相同（3.5 分）。

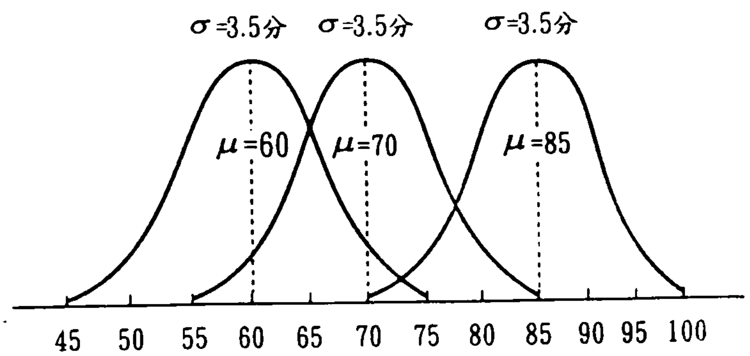


圖 20　標準差相同、平均數不同的常態分配曲線

3.平均數與標準差皆不相同的常態分配曲線。如圖 21 所示，三種型號的電纜，其張力（以每英吋所承受的磅數計算，psi）的分配呈常態分配，但三個常態分配之平均數皆不相同，標準差亦不相同。

請翻到下一頁

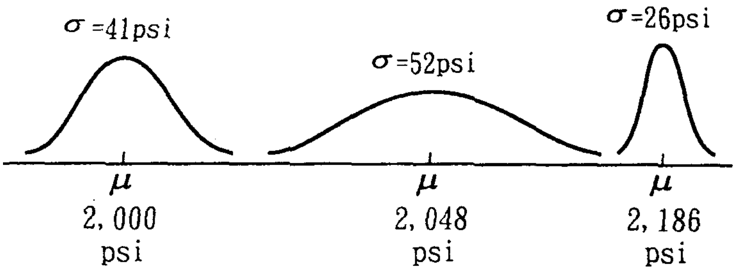


圖 21　平均數與標準差皆不相同的常態分配

(三)標準常態分配

所謂標準常態分配（the standard normal distribution），係指將常態分配加以標準化，使之成為$\mu=0$、$\sigma=1$ 的常態分配而言。標準化的過程，是將一般數值轉化成標準（Z）值，其公式如下：

$$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$$

其中，

Z ＝標準值

X ＝任何特定觀察值

σ ＝標準差

範例十四

精品鑄造公司一群中階管理者的週薪呈現常態分配，平均數為 10,000 元，標準差為 1,000 元，試將週薪（X_1）11,500 元與 9,500 元分別化成 Z 值。

《解答》

(1)　X_1 ＝11,500 元

Z_1 ＝(X－μ)／σ

＝(11,500－10,000)／1,000

＝1.5

(2)　X_2 ＝9,500 元

Z_2 ＝(X－μ)／σ

＝(9,500－10,000)／1,000

＝－0.5

請翻到下一頁

(四)常態曲線下的面積

在探討標準常態分配的應用之前，請先瞭解下列四個常用的機率值（參閱圖 22）。

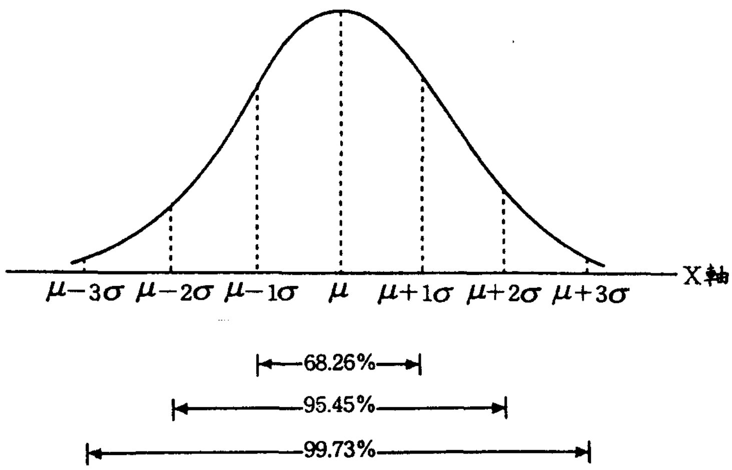


圖 22　常態曲線下的面積

1.平均數加減一個標準差常態曲線下的面積爲 68.26%

2.平均數加減二個標準差常態曲線下的面積爲 95.43%

3.平均數加減三個標準差常態曲線下的面積爲 99.73%

4.常態曲線下的面積爲 1。

範例十五

Philip's 燈泡的平均壽命爲 500 小時，標準差爲 20 小時，試回答下列問題：

(1)68.26%的東亞燈泡，其燈泡使用壽命範圍爲若干？

(2)95.45%的東亞燈泡，其燈泡使用壽命範圍爲若干？

(3)99.73%的東亞燈泡，其燈泡使用壽命範圍爲若干？

《解答》

(1)68.26%的東亞燈泡，其燈泡使用壽命範圍爲 $500 \pm (20) = 480$ 小時至 520 小時之間。

(2)95.45%的東亞燈泡，其燈泡使用壽命範圍爲 $500 \pm 2(20) = 460$ 小時至 540 小時之間。

(3)99.73%的東亞燈泡，其燈泡使用壽命範圍爲 $500 \pm 3(20) = 440$ 小時至 560 小時之間。

請翻到下一頁

(五)標準常態分配的應用

範例十六

根據範例十四的資訊，試問週薪在 7,900 元以下的中階管理者佔多少百分比？

《解答》

(1)先將 7,900 元化成 Z 值：

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{7900-10000}{1000} = -2.10$$

(2)經查附錄表 A，得知 Z＝－2.10 的機率值為 0.01790，亦即週薪在 7,900 元以下的中階管理者佔 1.79％

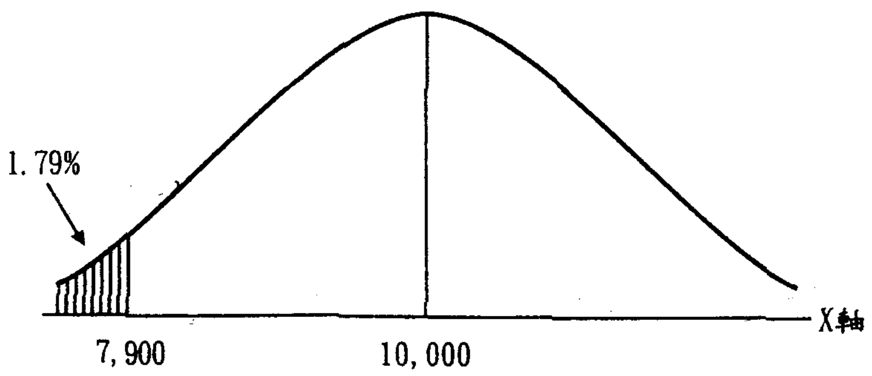


圖 23　7900 元以下的常態曲線面積

範例十七

根據範例十四的資訊，試問週薪在 9,500 元至 10,500 元之間的中階層管理者佔多少百分比？

《解答》

(1)先將 9,500 元與 10,500 元分別化成 Z 值

$$Z_1 = \frac{X_i-\mu}{\sigma} = \frac{9500-10000}{1000} = -0.5$$

$$Z_2 = \frac{X_i-\mu}{\sigma} = \frac{10500-10000}{1000} = 0.5$$

請翻到下一頁

(2)經查附錄表 A，得知 Z＝－0.5 至 Z＝0.5 的機率值爲(0.5－0.3085)＋(0.6915－0.5)＝0.1915＋0.1915＝0.383＝38.3%。亦即，週薪在 9,500 元至 10,500 元中階管理者佔 38.3%。

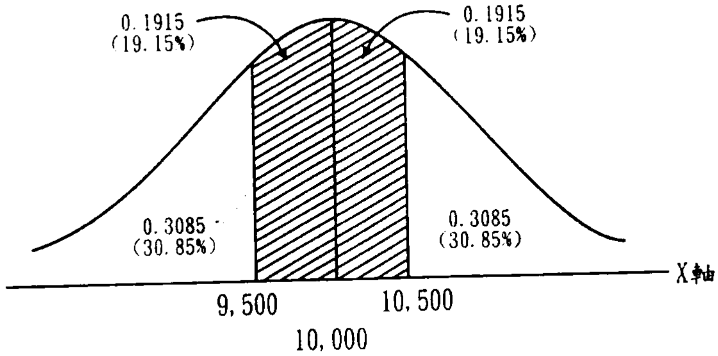


圖 24　9500 元至 10500 元之間的常態曲線面積

範例十八

根據範例十四的資訊，試問週薪在 10,500 元至 11,500 元之間的中階管理者佔多少百分比？

《解答》

(1)先將 10,500 元與 11,500 元化成 Z 值

$$Z_1 = (10{,}500 - 10{,}000) / 1{,}000 = 0.5$$
$$Z_2 = (11{,}500 - 10{,}000) / 1{,}000 = 1.5$$

(2)經查附錄表 A，得知 Z＝0.5 至 Z＝1.5 的機率值爲 0.9332－0.6915＝0.2417＝24.17%。

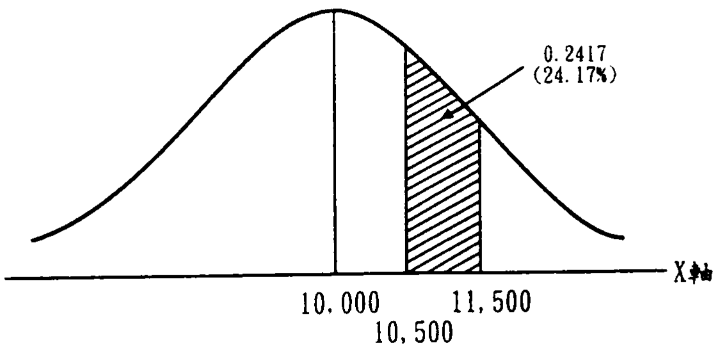


圖 25　10500 元至 11500 元之間的常態曲線面積

請翻到下一頁

範例十九

根據範例十四之資訊，最低週薪 5%的中階管理者，其週薪至多應爲若干？

《解答》

(1)經查附錄 A，得知 Z＝－1.645 的機率值爲 0.0500

(2)根據(1)的資料，可求得 X_i 值如下：

$Z=(X_i-10{,}000)/1{,}000=-1.645$

$X_i=8{,}355$

其週薪至多應爲 8,355 元。

學習評量二

請不要參閱資料或書籍，在下列各題前之空格寫出正確的答案。

(一)是非題：（100%每題 5 分）

（　）1.統計學（statistics），係指辦理數據之蒐集、列表、分析、詮釋與比較的科學。

（　）2.計數值（attributes），係指間斷數據的品質特性而言。

（　）3.某大學博士班口試委員五人對考生張萬生進行口試，所得的分數分 20、65、73、75、81，此次的中位數爲 65。

（　）4.所謂相對累加次數分配（relative cumulative frequency distribution），係指以累加次數形成的次數分配而言，而所稱相對累加次數，是指以每一數據值的累加次數對所有畫記加總的比值而言。

（　）5.次數分配之集中趨勢量數通常有全距與標準差。

（　）6.五個鋼軸的重量如下：X1＝2.59 公斤，X2＝2.38 公斤，X3＝3.03 公斤，X4＝1.98 公斤，X5＝2.16 公斤，其平均重量爲 2.428 公斤。

（　）7.所謂中位數（median，Md），係指一系列有次序的觀察值的中點值而言，中數以上的項數與中位數以下的項數是相同的。

（　）8.2、5、7、9、9、9、10、12、13、15、16、29、38、56、70、89 一系列數據中，眾數爲 12。

（　）9.在對稱分配下，平均數＝中位數＝眾數。

（　）10.在正偏分配下，眾數＞中位數＞平均數。

（　）11.假若高二甲班學生下學期英文成績最高爲 97.5 分，最低爲 48.5 分，試其全距爲 49 分。

（　）12.所謂偏度（skewness），係指數據遠離對稱的程度而言。

（　）13.偏度（a3）的絕對值愈大，表示資料呈現愈對稱。

（　）14.常態分配是屬於對稱分配，其偏度（a3）爲零。

（　）15.倘若某次數分配的峰度（a4）大於 3，則該項次數分配應比常態分配更爲尖狹。

（　）16.所謂樣本（sample），係指從母體中所抽取的一小部份測量值而言。

（　）17.根據樣本數據而計算出來的平均數、標準差及其他各種數，可統稱統計量（statistics）。

（　）18.在常態分配曲線的中心點上，平均數＝中位數＝眾數。

（　）19.平均數加減二個標準差常態曲線下的面積爲 99.73%。

（　）20.所謂峰度（kurtosis），係指數分配之高峰尖峭程度而言。

請翻到下一頁

請翻到下一頁核對答案

學習評量二答案

你的答案應該包括下列要點

一、是非題

1. (○)
2. (○)
3. (╳) 73
4. (○)
5. (╳) 平均數、中位數與眾數。
6. (○)
7. (○)
8. (╳) 9。
9. (○)
10. (╳) 負偏。
11. (○)
12. (○)
13. (╳) 愈不對稱。
14. (○)
15. (○)
16. (○)
17. (○)
18. (○)
19. (╳) 95.45%
20. (○)

假如你的答案與上述之重點相似，請翻到下一頁，假如你的答案不與上述之重點相似請翻至第16頁重新閱讀以便發現你的錯誤之處，並將第50頁上的錯誤改正，然後翻到第53頁做學後評量。

學後評量

請不要參閱資料或書籍，在下列各題前之空格寫出正確地答案。

一、是非題：（60%每題 4 分）

（　）1.統計製程分析是經由製程去蒐集資料，加以統計分析，然後採取改善措施。

（　）2.常態分配中任一數 X 在 $\mu \pm 2\sigma$ 內的機率為 99.73%。

（　）3.常態分配的曲線以母體平均值（μ）對應之最高點為中心，向兩邊逐漸下降且左右對稱。

（　）4.確立製程流程－首先製程程序要明確，依據製造程序繪製製流程圖，並依據製造流程圖訂定工程品質管理表。

（　）5.統計學（statistics），係指辦理數據之蒐集、列表、分析、詮釋與比較的科學。

（　）6.次數分配之集中趨勢量數通常有全距與標準差。

（　）7.所謂中位數（median，Md），係指一系列有次序的觀察值的中點值而言，中數以上的項數與中位數以下的項數是相同的。

（　）8.2、5、7、9、9、9、10、12、13、15、16、29、38、56、70、89 一系列數據中，眾數為 12。

（　）9.在對稱分配下，平均數＝中位數＝眾數。

（　）10.在正偏分配下，眾數＞中位數＞平均數。

（　）11.偏度（a3）的絕對值愈大，表示資料呈現愈對稱。

（　）12.常態分配是屬於對稱分配，其偏度（a3）為零。

（　）13.倘若某次數分配的峰度（a4）大於 3，則該項次數分配應比常態分配更為尖狹。

（　）14.根據樣本數據而計算出來的平均數、標準差及其他各種數，可統稱統計量（statistics）。

（　）15.在常態分配曲線的中心點上，平均數＝中位數＝眾數。

二、選擇題：（40%每題 8 分）

（　）1.常態分配中任一數 X 在 $\mu \pm 2\sigma$ 內的機率為：(1)99.73%(2)95.45%(3)68.26%。

（　）2.常態分配的曲線初時較陡，在而逐漸轉平，何點即謂之反曲點：(1) $\mu(\pm)2\sigma$ (2) $\mu(\pm)3\sigma$ (3) $\mu(\pm)\sigma$。

（　）3.某大學博士班口試委員五人對考生張萬生進行口試，所得的分數分別為 20、65、73、75、81，此次的中位數：(1)65 分(2)73 分(3)75 分。

（　）4.五個鋼軸的重量如下：X1＝2.59 公斤，X2＝2.38 公斤，X3＝3.03 公斤，X4＝1.98 公斤，X5＝2.16 公斤，其平均重量為：(1)2.565 公斤(2)2.743 公斤(3)2.428 公斤。

（　）5.假若高二甲班學生下學期英文成績最高為 97.5 分，最低為 48.5 分，試其全距為：(1)48 分(2)49 分(3)50 分。

請翻到下一頁

參考書目

(一)傅和彥、黃士滔，1999 年，『品質管制』，前程企業，P37－103。
(二)劉漢容，1999 年，『品質管制』，勝凱顧問，P5－1～P5－24。
(三)張國棟，1993 年，『統計製程管制技術』，中國生產力中心，P12－25。

附錄表 A

表 A　常態曲線下的面積[a]

$\frac{X_i-\mu}{\sigma}$	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.00
-3.5	0.00017	0.00017	0.00018	0.00019	0.00019	0.00020	0.00021	0.00022	0.00022	0.00023
-3.4	0.00024	0.00025	0.00026	0.00027	0.00028	0.00029	0.00030	0.00031	0.00033	0.00034
-3.3	0.00035	0.00036	0.00038	0.00039	0.00040	0.00042	0.00043	0.00045	0.00047	0.00048
-3.2	0.00050	0.00052	0.00054	0.00056	0.00058	0.00060	0.00062	0.00064	0.00066	0.00069
-3.1	0.00071	0.00074	0.00076	0.00079	0.00082	0.00085	0.00087	0.00090	0.00094	0.00097
-3.0	0.00100	0.00104	0.00107	0.00111	0.00114	0.00118	0.00122	0.00126	0.00131	0.00135
-2.9	0.0014	0.0014	0.0015	0.0015	0.0016	0.0016	0.0017	0.0017	0.0018	0.0019
-2.8	0.0019	0.0020	0.0021	0.0021	0.0022	0.0023	0.0023	0.0024	0.0025	0.0026
-2.7	0.0026	0.0027	0.0028	0.0029	0.0030	0.0031	0.0032	0.0033	0.0034	0.0035
-2.6	0.0036	0.0037	0.0038	0.0039	0.0040	0.0041	0.0043	0.0044	0.0045	0.0047
-2.5	0.0048	0.0049	0.0051	0.0052	0.0054	0.0055	0.0057	0.0059	0.0060	0.0062
-2.4	0.0064	0.0066	0.0068	0.0069	0.0071	0.0073	0.0075	0.0078	0.0080	0.0082
-2.3	0.0084	0.0087	0.0089	0.0091	0.0094	0.0096	0.0099	0.0102	0.0104	0.0107
-2.2	0.0110	0.0113	0.0116	0.0119	0.0122	0.0125	0.0129	0.0132	0.0136	0.0139
-2.1	0.0143	0.0146	0.0150	0.0154	0.0158	0.0162	0.0166	0.0170	0.0174	0.0179
-2.0	0.0183	0.0188	0.0192	0.0197	0.0202	0.0207	0.0212	0.0217	0.0222	0.0228
-1.9	0.0233	0.0239	0.0244	0.0250	0.0256	0.0262	0.0268	0.0274	0.0281	0.0287
-1.8	0.0294	0.0301	0.0307	0.0314	0.0322	0.0329	0.0336	0.0344	0.0351	0.0359
-1.7	0.0367	0.0375	0.0384	0.0392	0.0401	0.0498	0.0418	0.0427	0.0436	0.0446
-1.6	0.0455	0.0465	0.0475	0.0485	0.0495	0.0505	0.0516	0.0526	0.0537	0.0548
-1.5	0.0559	0.0571	0.0582	0.0594	0.0606	0.0618	0.0630	0.0643	0.0655	0.0668
-1.4	0.0681	0.0694	0.0708	0.0721	0.0735	0.0749	0.0764	0.0778	0.0793	0.0808
-1.3	0.0823	0.0838	0.0853	0.0869	0.0885	0.0901	0.0918	0.0934	0.0951	0.0968
-1.2	0.0895	0.0103	0.1020	0.1038	0.1057	0.1075	0.1093	0.1112	0.1131	0.1151
-1.1	0.1170	0.1190	0.1210	0.1230	0.1251	0.1271	0.1292	0.1314	0.1335	0.1357
-1.0	0.1379	0.1401	0.1423	0.1446	0.1469	0.1492	0.1515	0.1539	0.1562	0.1587
-0.9	0.1611	0.1635	0.1660	0.1685	0.1711	0.1736	0.1762	0.1788	0.1814	0.1841
-0.8	0.1867	0.1894	0.1922	0.1949	0.1977	0.2005	0.2033	0.2061	0.2090	0.2119
-0.7	0.2148	0.2177	0.2207	0.2236	0.2266	0.2297	0.2327	0.2358	0.2389	0.2420
-0.6	0.2451	0.2483	0.2514	0.2546	0.2578	0.2611	0.2643	0.2676	0.2709	0.2743
-0.5	0.2776	0.2810	0.2843	0.2844	0.2912	0.2946	0.2981	0.3015	0.3050	0.3085
-0.4	0.3121	0.3156	0.3192	0.3228	0.3264	0.3300	0.3336	0.3372	0.3409	0.3446
-0.3	0.3483	0.3520	0.3557	0.3594	0.3632	0.3669	0.3707	0.3745	0.3783	0.3821
-0.2	0.3859	0.3897	0.3936	0.3974	0.4013	0.4052	0.4090	0.4129	0.4168	0.4207
-0.1	0.4247	0.4286	0.4325	0.4364	0.4404	0.4443	0.4483	0.4522	0.4562	0.4602
-0.0	0.4641	0.4681	0.4721	0.4761	0.4801	0.4840	0.4880	0.4920	0.4960	0.5000

*在曲線下的面積佔總面積的比率乃曲線從-∞到 $(X_i-\mu)/\sigma$所佔的比率 X_i代表變數 X 之任何期望數值)。

表 A　常態曲線下的面積（續）

表 A　常態曲線下的面積 (續)

$\frac{X_i-\mu}{\sigma}$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
+0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
+0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
+0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
+0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
+0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
+0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
+0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
+0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7797	0.7823	0.7852
+0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
+0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
+1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
+1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
+1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
+1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
+1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
+1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
+1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
+1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
+1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
+1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
+2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
+2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
+2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
+2.3	0.9893	0.9893	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
+2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
+2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
+2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
+2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
+2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
+2.9	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
+3.0	0.99865	0.99869	0.99874	0.99878	0.99882	0.99886	0.99889	0.99893	0.99896	0.99900
+3.1	0.99903	0.99906	0.99910	0.99913	0.99915	0.99918	0.99921	0.99924	0.99923	0.99929
+3.2	0.99931	0.99934	0.99936	0.99938	0.99940	0.99942	0.99944	0.99946	0.99948	0.99950
+3.3	0.99952	0.99953	0.99955	0.99957	0.99958	0.99960	0.99961	0.99962	0.99964	0.99965
+3.4	0.99966	0.99967	0.99969	0.99970	0.99971	0.99972	0.99973	0.99974	0.99975	0.99976
+3.5	0.99977	0.99978	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99981	0.99982	0.99983	0.99983